INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

OLIMPIADA NAŢIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 12 FEBRUARIE 2011

Clasa a VII-a

Problema 1. a) Dacă a, b, $c \in \mathbf{N}$ şi numerele a, $\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$ sunt direct proporţionale cu numerele $2\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, arătaţi că $a^2 = b + c^2 d$.

Sorin Furtună, Călăraşi

b) Arătaţi că oricare ar fi $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 2$, este adevărată inegalitatea

$$\frac{1}{n+1}\left(1+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-1}\right) > \frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}\right).$$

Cristina Bornea, Călăraşi

Problema 2. Fie paralelogramul $ABCD$ şi E mijlocul lui $[AB]$. Dacă $DE \cap AC = \{M\}$, $CE \cap DB = \{N\}$ şi $AC \cap BD = \{O\}$ demonstraţi că:

a) $\dfrac{BN}{MC} + \dfrac{AM}{DN} \geq 1$;

b) $\mathcal{A}\,(MONE)$ este $\dfrac{1}{12}$ din $\mathcal{A}\,(ABCD)$. ($\mathcal{A}(XYZT)$ *este aria patrulaterului XYZT*)

Gheorghe Fianu, Ştefan cel Mare

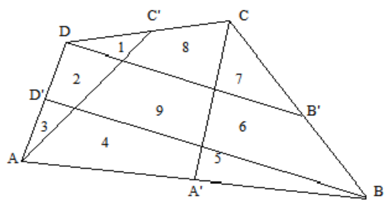
Problema 3. a) Triunghiul isoscel ascuţitunghic ABC ($AB=AC$) şi pătratul $ACDE$ nu au puncte interioare comune. Dacă bisectoarea unghiului $\angle BAC$ intersectează dreapta CD în punctul M, $BC \cap DE = \{N\}$ şi $AB \cap DE = \{P\}$ atunci arătaţi că $\Delta\, BNP$ este isoscel.

Sica şi Sorin Furtună, Călăraşi

b) Dacă $ABCD$ este paralelogram şi $AD \perp AC$, punctul N este proiecţia punctului C pe dreapta BD, punctul P simetricul punctului B faţă de dreapta AC atunci demonstraţi că $AN \perp NP$.

Eugen Predoiu şi Marin Neaţă, Călăraşi

Problema 4. Se consideră patrulaterul convex $ABCD$ şi punctele A', B', C', D' respectiv mijloacele laturilor AB, BC, CD, DA. Dreptele AC', $A'C$, BD', $B'D$ împart suprafaţa patrulaterului în 9 regiuni numerotate de la 1 la 9 ca în figura alăturată. Să se demonstreze că $A_1 + A_3 + A_5 + A_7 = A_9$ (A_i *este aria regiunii* i).



Relu Ciupea, Olteniţa

SUCCES!

__Notă :__ Durata concursului este de trei ore .
Baremul de notare este: **Problema 1** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 2. 1** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 3.** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 4.** 7 puncte.